

Sujet de thèse: théorie minimax pour les contraintes de forme et de régularité

Mathieu Sart
Institut Camille Jordan
Université Jean Monnet Saint-Etienne

Ce sujet de thèse en statistiques mathématiques, financé, devrait probablement être mis au concours de l'école doctorale pour un démarrage en septembre 2026. Il s'adresse aux étudiants de niveau M2 ayant un solide parcours en mathématiques et souhaitant s'intéresser à la théorie des statistiques. Un encadrement en stage de M2 est possible. Les personnes intéressées sont invitées à me contacter dès que possible à l'adresse e-mail suivante: mathieu.sart@univ-st-etienne.fr.

En estimation non-paramétrique, deux types d'hypothèses sur la fonction cible sont généralement considérés. La première concerne sa régularité, la deuxième porte sur sa forme. Dans de nombreuses situations, la fonction satisfait les deux hypothèses simultanément (au moins sur un domaine adéquat). L'objectif de ce travail de thèse est de proposer des solutions optimales aux problématiques statistiques qui découlent de cette observation, et de contribuer ainsi à la théorie minimax.

Cette dernière s'avère être très peu développée sur le sujet. Elle fournit néanmoins un cadre théorique important pour évaluer la qualité des estimateurs. Une question naturelle dans ce contexte est de pouvoir mesurer l'effet conjoint des deux contraintes, ce qui peut se faire en étudiant les vitesses minimax. Cet effet peut être bénéfique, comme cela a été montré dans [1, 2].

Le candidat poursuivra cette analyse dans d'autres cadres statistiques fondamentaux dont certains pour lesquels les données ne sont pas directement accessibles. Il considérera des hypothèses réalistes et fines sur la fonction à estimer. Ce sujet s'inscrit ainsi aussi dans la dynamique du domaine de l'estimation non-paramétrique où des auteurs cherchent à s'affranchir des hypothèses simplificatrices de la littérature. Une première approche pour traiter le sujet consiste à s'appuyer sur la classe d'estimateurs optimaux proposée dans [3] où les données étaient directement accessibles.

Le candidat devra apprendre à maîtriser les outils provenant d'autres domaines tels que des outils probabilistes et ceux de la théorie de l'approximation. Une des conséquences de son travail est qu'il pourra aussi évaluer la performance des estimateurs existants à la lumière des nouvelles vitesses minimax qu'il aura découvertes.

References

- [1] M. Sart. About the optimal estimation of a density with infinite support under Hellinger loss. *Electron. J. Stat.*, 18(2):4526–4577, 2024.
- [2] M. Sart. Adaptive and optimal estimation under shape and smoothness constraints. *Preprint*, 2024.
- [3] M. Sart. Non-linear wavelet density estimation on the real line. *Bernoulli*, 2025. To appear.